

Задача № 55

Изучение законов переменного тока

При подготовке к выполнению этой задачи следует ознакомиться с теорией, используя пособия из списка литературы, рекомендованной по курсу, например:

1. П.К. Кашкаров, А.И. Ефимова, А.В. Зотеев, С.Н. Козлов «*Курс лекций по общей физике для химических факультетов университетов*» Ч. II, Гл. 2, §2 (с. 266–282).
2. С.Н. Козлов, А.В. Зотеев, А.Н. Невзоров «Задачи по курсу общей физики с решениями. *«Колебания и волны. Волновая оптика»*, М., изд. МГУ, §6 (с. 63–75)
3. И.В. Савельев «Курс физики», т.2, М. Наука, Гл. XIII «Электрические колебания».

1. Цель работы

Экспериментальное изучение вынужденных колебаний в электрических цепях; знакомство с явлениями и проверка законов переменного тока в условиях его квазистационарности. Измерение параметров элементов цепи переменного тока – индуктивности (L), электроёмкости (C) и омического сопротивления (R). А также зависимости полного сопротивления участка цепи с последовательно соединёнными основными пассивными элементами цепей переменного тока – резистором, катушкой индуктивности и конденсатором от частоты переменного тока.

При проверке закона Ома для участка цепи переменного тока для точных измерений эффективных значений напряжений на отдельных участках цепи используются цифровые вольтметры.

2. Теоретическая часть

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

1. Квазистационарный переменный ток

Если в замкнутой электрической цепи действует переменная во времени ЭДС, то в цепи возникает переменный электрический ток. Сила переменного тока может быть разной в различных сечениях последовательно соединённых участков достаточно длинной цепи. Это обусловлено конечной скоростью передачи электрических изменений в такой цепи в результате распространения электромагнитной волны вдоль неё, которое происходит со скоростью света. Однако мгновенные значения силы тока во всех последовательно соединённых участках цепи будут практически одинаковыми, если ЭДС изменяется незначительно за время, необходимое для распространения поля в самую отдаленную точку этой цепи. Токи, удовлетворяющие такому условию, называются *квазистационарными*. Условие квазистационарности можно записать в виде $l/c \ll T$, где l длина цепи, c – скорость света, T – период изменения ЭДС. В частности, можно считать, что ток промышленной частоты ($v = 50 \text{ Гц}$) квазистационарен для цепей длиной менее 500 км.

В дальнейшем мы будем рассматривать только квазистационарные переменные токи, а также наиболее важный случай переменной ЭДС источника, изменяющейся по гармоническому закону вида

$$U(t) = U_0 \cdot \cos(\Omega t), \quad (1)$$

где $U(t)$ – мгновенное, а U_0 – амплитудные значения ЭДС; $\Omega = 2\pi v$ – циклическая частота, t – время. В равенстве (1) начало отсчёта времени выбрано так, чтобы начальная фаза ЭДС равнялась нулю.

Сила тока, протекающего по любому участку цепи, меняется по закону:

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\Omega t + \psi), \quad (2)$$

Здесь, аналогично случаю ЭДС, $I(t)$ – мгновенное, а I_0 – амплитудное её значения. Тогда как ψ – разница фаз между током и ЭДС источника. Последняя, в общем случае, отличная от нуля, и может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Явления в цепях переменного тока

Явления в цепях переменного тока оказываются более сложными, чем в цепях постоянного тока. Это связано с тем, что при включении в цепь переменного тока «энергоёмких», то есть способных накапливать энергию, элементов в виде катушек индуктивности L и конденсаторов C (т.н. «реактивные элементы») изменение силы тока и напряжения в цепи всегда будет связано с изменением энергии, запасённой в системе. Так как изменение энергии не может происходить мгновенно, то в цепи переменного тока, содержащей реактивные элементы, будет наблюдаться запаздывание изменения силы тока или напряжения и между ними возникнет сдвиг фаз. Напомним, что величина электроёмкости вводится в электростатике как коэффициент пропорциональности между модулем заряда обкладок конденсатора q и разностью потенциалов между ними:

$$C = \frac{q}{\Phi_1 - \Phi_2}. \quad (3)$$

Аналогично индуктивность контура (коэффициент самоиндукции) в магнитостатике определяется, как коэффициент пропорциональности между собственным магнитным потоком Φ_s через поверхность, ограниченную контуром и силой тока I , протекающего по этому контуру:

$$L = \frac{\Phi_s}{I}. \quad (4)$$

Проанализируем фазовые соотношения между силой тока и напряжением на отдельных участках цепи, содержащих один из элементов – резистор, конденсатор, катушка.

a. Участок цепи с резистором

Пусть источник ЭДС, меняющейся по закону $U(t) = U_0 \cdot \cos(\Omega t)^*)$ подключен к резистору R (рис. 1,а), не обладающему индуктивностью и электроёмкостью.

Выясним прежде всего, каково фазовое соотношение между силой тока и напряжением. Запишем 2-е правило Кирхгофа для данного контура – в условиях квазистационарности оно должно выполняться для мгновенных значений силы тока и напряжений:

$$U_0 \cdot \cos \Omega t = R \cdot I_0 \cdot \cos(\Omega t - \psi_R).$$

Здесь ψ_R – предполагаемый фазовый сдвиг для участка с резистором. Но гармонические функции в левой и правой части могут быть равны в **любой момент времени** только, если $\psi_R = 0$ – т.е. фазовый сдвиг отсутствует.

Из равенства амплитудных значений получаем амплитудное значение силы тока:

$$I_0 = \frac{U_0}{R}. \quad (5)$$

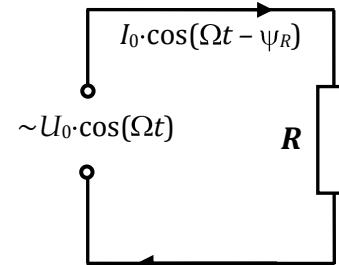


Рис. 1,а. Участок с резистором.

^{*)} Так обычно принято обозначать ЭДС источника в подобных случаях, и мы не будем нарушать традицию.

В соответствии с законом Ома для участка цепи переменного тока видно, что роль полного сопротивления в данном случае выполняет привычная для нас величина омического сопротивления резистора:

$$Z_R = \frac{U_{0R}}{I_{0R}} \Rightarrow Z_R = R. \quad (6)$$

Итак, на участке с резистором сила переменного тока меняется по закону:

$$I_R(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \cos(\Omega t). \quad (7)$$

На рис. 1,б показана зависимость от времени мгновенных значений напряжения и силы тока, определяемых равенствами (1) и (6). Рисунок демонстрирует, что **на участке цепи с резистором сила переменного тока совпадает по фазе с напряжением на нём**.

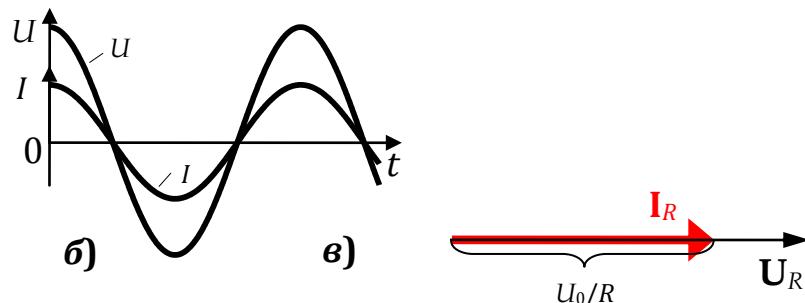


Рис. 1,б и в. Зависимости напряжения и силы тока от времени для участка цепи с резистором (б) и векторная диаграмма для него (в).

Векторная диаграмма для колебательных процессов строится следующим образом.

Пусть колебательный процесс происходит по гармоническому закону:

$$x(t) = A \cdot \cos(\Omega t + \psi_0). \quad (8)$$

Поставим в соответствие этому колебанию вектор длины A , равной его амплитуде. Направление вектора определяет фазу колебания $(\Omega t + \psi_0)$ – такой угол «**вектор-колебание**» составляет с полярной осью X (рис. 2). С течением времени вектор поворачивается против часовой стрелки с угловой скоростью Ω , а проекция конца вектора на ось X будет изменяться в точном соответствии с законом равенства (7).

Обычно на векторной диаграмме одновременно представлены несколько колебательных процессов. При равенстве частот этих колебаний Ω взаимное расположение векторов для разных колебаний не изменяется со временем. Тогда, определяя углы между соответствующими векторами, можно находить сдвиги фаз между этими колебаниями. Если колебания происходят в одном направлении («сона-правлены»), то их сложение можно проводить, складывая соответствующие векторы. Амплитуда и фаза результирующего колебания определяются длиной и направлением результирующего вектора.

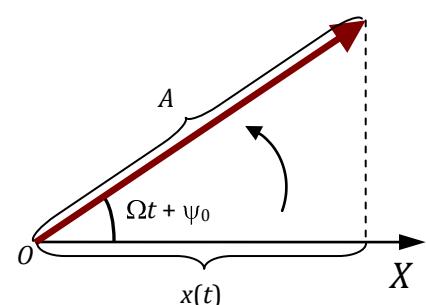


Рис. 2. Векторная диаграмма

Векторная диаграмма для участка цепи с одним только резистором R представлена на рис. 1,в. На ней вдоль полярной оси X сначала был отложен вектор-колебание U_R , длина которого равна амплитудному значению приложенного напряжения U_0 . Поскольку сила тока в рассматриваемом случае изменяется в одной фазе («синфазно») с напряжением, вектор-колебание для силы тока I_R будет направлен так же, как и вектор U_R . Его длина по закону Ома равна U_0/R . С течением времени разность фаз колебаний $I(t)$ и $U(t)$ не меняется – пара векторов поворачивается синхронно, угол между ними остаётся равным нулю.

При анализе колебательных процессов решение многих вопросов значительно облегчается и становится особенно наглядным, если изображать колебания графически в виде векторов на плоскости. Полученная таким образом схема называется **векторной диаграммой**.

В заключение этого пункта заметим, что резистор в цепи переменного тока часто называют «активной нагрузкой», а его сопротивление – «активным сопротивлением». Смысл этих терминов связан с тем, что на таком участке всегда происходит необратимый переход электромагнитной энергии во внутреннюю – т.е. в тепло!

б) Участок цепи с катушкой индуктивности

Пусть теперь источник переменной ЭДС $U(t) = U_0 \cdot \cos(\Omega t)$ подключен к катушке индуктивности с пренебрежимо малым омическим сопротивлением провода, из которого она намотана (рис. 3,а).

При протекании по катушке переменного тока в ней возникает ЭДС самоиндукции, равная, по закону Фардаea:

$$\mathcal{E}_{ind} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Так как падение потенциала в отсутствии участков с омическим сопротивлением в рассматриваемом контуре равно нулю, то по второму правилу Кирхгофа можно записать:

$$U_0 \cdot \cos(\Omega t) - L \cdot \frac{dI}{dt} = 0. \quad (9)$$

Из этого равенства легко выразить сначала производную силы тока:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U_0}{L} \cdot \cos(\Omega t),$$

а затем, проведя интегрирование, найти и саму силу тока:

$$I(t) = \frac{U_0}{\Omega L} \cdot \sin(\Omega t). \quad (10)$$

Для выявления фазового соотношения силы тока и напряжения удобно силу тока записать, используя ту же гармоническую функцию, что и для ЭДС – т.е. косинус:

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\Omega t - \pi/2). \quad (11)$$

Таким образом, **на участке с катушкой индуктивности сила тока отстает от напряжения по фазе на $\pi/2$.** Амплитудное значение силы тока при этом равно:

$$I_0 = \frac{U_0}{\Omega L}. \quad (12)$$

Поскольку сопротивление участка цепи переменного тока равно по определению отношению амплитудных (иди действующих) значений напряжения и силы тока для участка с катушкой индуктивности ($Z_L \equiv X_L$) получаем:

$$X_L = \Omega L. \quad (13)$$

Эту величину называют *индуктивным сопротивлением*. Как видно из данного равенства, индуктивное сопротивление растёт с увеличением частоты Ω и индуктивности катушки L . Для постоянного тока ($\Omega = 0$) индуктивное сопротивление равно нулю.

На рис. 3,б показана зависимость от времени мгновенных значений силы тока $I(t)$ и напряжения $U(t)$ для участка цепи, содержащего катушку индуктивности. На рисунке отражён, полученный выше результат – отставание по фазе силы тока от напряжения. Так как на векторной диаграмме изменение во времени представляется поворотом вектора против движения часовой стрелки, то отставанию силы тока от напряжения на $\pi/2$ соответствует поворот вектора-колебания силы тока I_R по отношению к вектору-колебанию напряжения U_R на угол $\pi/2$ по часовой стрелке. Если вектор I_R направить горизонтально, то векторная диаграмма для участка цепи, содержащего катушку индуктивности, примет вид, представленный на рис. 3,в.

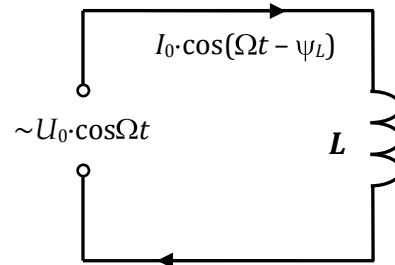


Рис. 3.а. Участок с катушкой

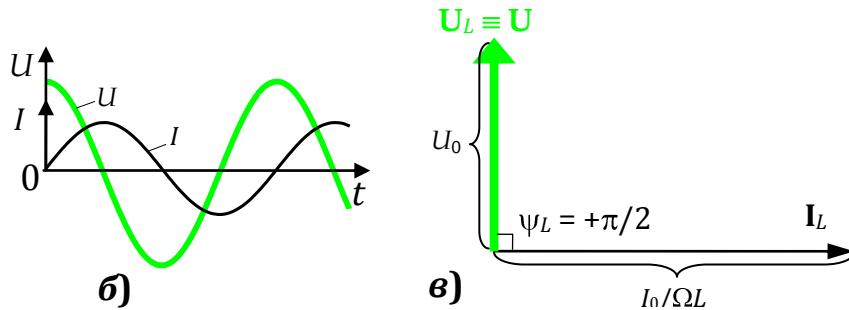


Рис. 3. Зависимости напряжения и силы тока от времени для участка цепи с катушкой индуктивности (б) и векторная диаграмма для него (в).

в) Участок цепи с конденсатором

Индуктивностью и омическим сопротивлением подводящих проводов цепи, представленной на рис. 4,а будем пренебрегать. В этом случае напряжение на конденсаторе можно считать равным ЭДС источника тока:

$$U_C(t) = U_0 \cdot \cos(\Omega t). \quad (1,а)$$

Тогда заряд на обкладках конденсатора будет изменяться по закону:

$$q(t) = C \cdot U_C(t) = C \cdot U_0 \cos(\Omega t). \quad (13)$$

Сила тока в цепи равна по определению скорости переноса заряда через сечение проводников, а значит производной $q(t)$ по времени. Поэтому, дифференцируя (13), находим

$$I(t) = -\Omega C \cdot U_0 \sin(\Omega t) = \Omega C U_0 \cos(\Omega t + \pi/2). \quad (14)$$

На рис. 4,б представлены зависимости мгновенных значений напряжения и силы тока в цепи, содержащей конденсатор, соответствующие равенствам (1,а) и (14) – **сила тока через конденсатор опережает по фазе напряжение на ней на $\pi/2$** . На векторной диаграмме этому опережению соответствует поворот вектора-колебания си-

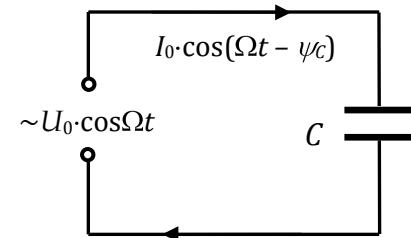


Рис. 4,а. Участок с конденсатором.

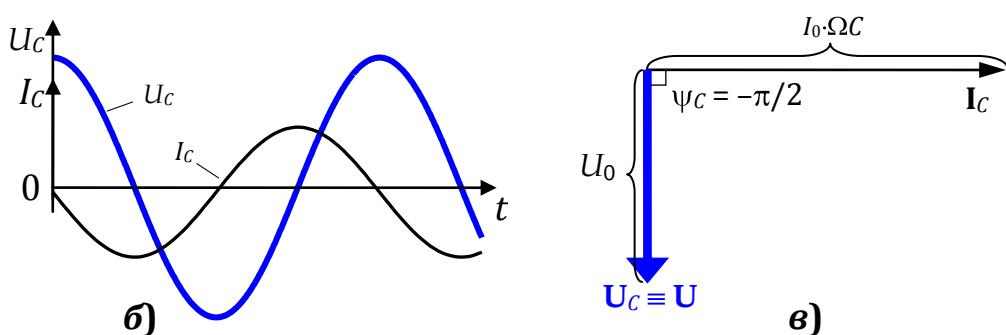


Рис. 4. Зависимости напряжения и силы тока от времени для участка цепи с конденсатором (б) и векторная диаграмма для него (в).

лы тока I_R по отношению к вектору-колебания напряжения U_R на угол $\pi/2$ против часовой стрелки. Если вектор I_R направить горизонтально, то векторная диаграмма для участка цепи, содержащего конденсатор, примет вид, представленный на рис. 4,в.

Как легко видеть из равенства (14) амплитудное значение силы тока равно:

$$I_0 = \Omega C U_0. \quad (15)$$

А роль сопротивления участка цепи переменного тока с конденсатором (с учётом $I_0 = U_0/X_C$) играет величина:

$$X_c = \frac{1}{\Omega C}. \quad (16)$$

Она называется *ёмкостным сопротивлением*. Для постоянного тока конденсатор представляет собой разрыв электрической цепи – ёмкостное сопротивление конденсатора бесконечно велико. Для переменного тока сопротивление конденсатора тем меньше, чем больше частота Ω и электроёмкость C .

г) Цепь, составленная из последовательно соединенных элементов R , L и C

Рассмотрим теперь цепь, включающую в себя все проанализированные выше участки (« R », « L » и « C »), соединённые последовательно. Будем предполагать, что в составленном из этих участков контуре включён источник переменной гармонической ЭДС $U(t) = U_0 \cos(\Omega t)$, как показано на рис. 5, а.

В этом случае мгновенные значения силы тока, протекающего через все три элемента, будут одинаковыми. Чтобы построить векторную диаграмму, направим вектор-колебание силы тока I горизонтально, как показано на рис. 5, б. Его длина равна амплитудному значению силы тока в контуре I_0 .

Напряжение на резисторе по фазе совпадает с силой тока, поэтому вектор U_R , длина которого равна амплитуде напряжения на резисторе $U_{R0} = I_0 R$, направлен так же, как и вектор-колебание I .

Напряжение на катушке индуктивности, равное возникающей на ней ЭДС самоиндукции, опережает силу тока по фазе на $\pi/2$ и поэтому вектор-колебание U_L следует повернуть относительно вектора I на угол $\pi/2$ против часовой стрелки. Его длина по закону Ома для участка цепи переменного тока равна амплитуде напряжения на катушке $U_{L0} = X_L I_0 = \Omega L I_0$. Напряжение на конденсаторе, равное разности потенциалов между его обкладками, отстает от силы тока по фазе на $\pi/2$, и поэтому вектор-колебание U_C повернет относительно вектора I на угол $\pi/2$ по часовой стрелке. Его длина равна амплитуде напряжения $U_{C0} = X_C I_0 = I_0 / (\Omega C)$. Сумма мгновенных значений напряжений $U_R(t)$, $U_L(t)$ и $U_C(t)$ в любой момент времени должна быть равна приложенному напряжению $U(t)$. На векторной диаграмме это означает, что сумма векторов-колебаний U_R , U_L и U_C должна совпасть с вектором-колебанием приложенного напряжения U (источника переменной ЭДС). Длина результирующего вектора равна амплитуде напряжения U_0 источника ЭДС. Векторная диаграмма для цепи, состоящей из последовательно соединенных элементов « R », « L » и « C », тогда примет окончательный вид, показанный на рис. 5, б.

Вектор U образует с вектором I в общем случае некоторый угол ψ , определяющий

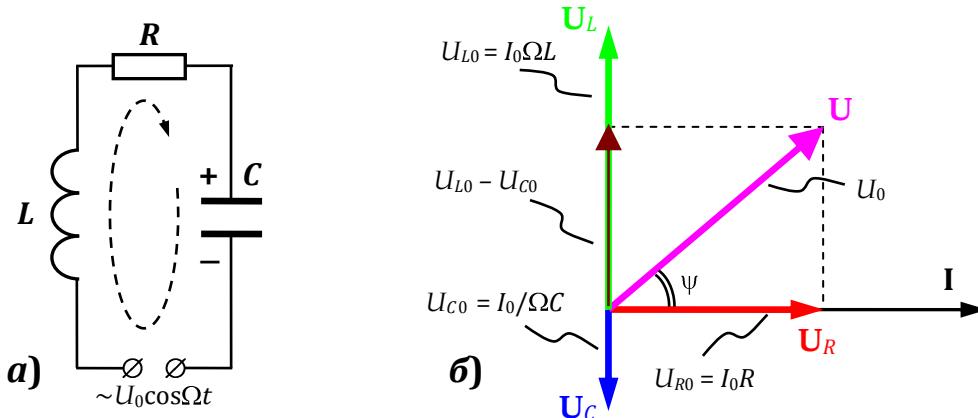


Рис. 5. Последовательный контур «RLC» с источником ЭДС (а) и векторная диаграмма для него (б).

разность фаз между колебаниями приложенного напряжения $U(t)$ и силы тока $I(t)$. Из рис. 5,б видно, что

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\Omega L - 1/\Omega C}{R}. \quad (17)$$

Также, используя теорему Пифагора для прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна U_0 , получаем, что

$$U_0^2 = (I_0 R)^2 + I_0^2 \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right)^2, \quad (18)$$

откуда

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right)^2}}. \quad (19)$$

Из последнего равенства следует, что полное сопротивление данного участка цепи переменного тока равно:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right)^2}. \quad (20)$$

При этом величина $X = \Omega L - \frac{1}{\Omega C}$ называется «реактивным сопротивлением» такого

участка цепи. Надо, однако, помнить, что эти результаты получены только для частного случая участка цепи, состоящего из последовательно соединенных резистора, катушки и конденсатора (т.н. «**RLC-цепочка**»).

Мгновенные значения напряжений и силы тока определяются равенствами:

$$U(t) = U_0 \cdot \cos(\Omega t), \quad I(t) = I_0 \cdot \cos(\Omega t - \psi). \quad (21)$$

Отметим, кроме того, что сдвиг фаз ψ между силой тока и приложенным напряжением зависит от соотношения между индуктивным X_L и ёмкостным X_C сопротивлениями цепи. Если $\Omega L > 1/(\Omega C)$ (преобладает индуктивное сопротивление), то сила тока отстает по фазе от напряжения. Если же $1/(\Omega C) > \Omega L$ (преобладает ёмкостное сопротивление), то сила тока опережает напряжение. При равенстве $\Omega L = 1/(\Omega C)$ сила тока и приложенное напряжение источника изменяются синфазно. На удовлетворяющей этому условию частоте $\Omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, называемой *резонансной*, полное сопро-

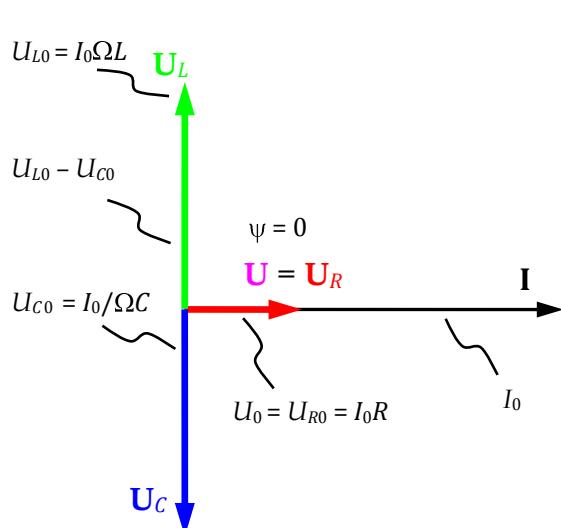


Рис. 5, в. Векторная диаграмма при резонансе в «**RLC**-контуре».

тивление цепи минимально и равно R . При этом падение напряжения на резисторе равно приложенному напряжению U . Напряжения на катушке индуктивности U_L и конденсаторе U_C равны по амплитуде и противоположны по фазе. При условии, что $\Omega L = 1/(\Omega C) \gg R$, амплитуда напряжений на катушке индуктивности U_{L0} и конденсаторе U_{C0} оказываются много больше амплитуды приложенного напряжения U_0 и поэтому описанное явление в электротехнике называют *резонансом напряжений*. Векторная диаграмма рассматриваемой цепи при резонансе напряжений принимает вид, показанный на рис. 5,в.

Замечание

Надо иметь в виду, что при измерении напряжений и сил токов обычные электроизмерительные приборы откалиброваны так, что показывают не амплитудные, а так называемые **действующие значения** силы тока и напряжения. За действующие значения переменного тока принимают такие значения силы и напряжения постоянного тока, при которых на участке с резистором выделяется то же количество тепла, что и при протекании по нему тока переменного за тот же интервал времени.

В рассматриваемом случае гармонического изменения силы тока и напряжения действующие значения силы тока I_o и напряжения U_o связаны с амплитудными значениями тех же величин простыми соотношениями:

$$I_o = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad U_o = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (22)$$

3. Экспериментальная установка

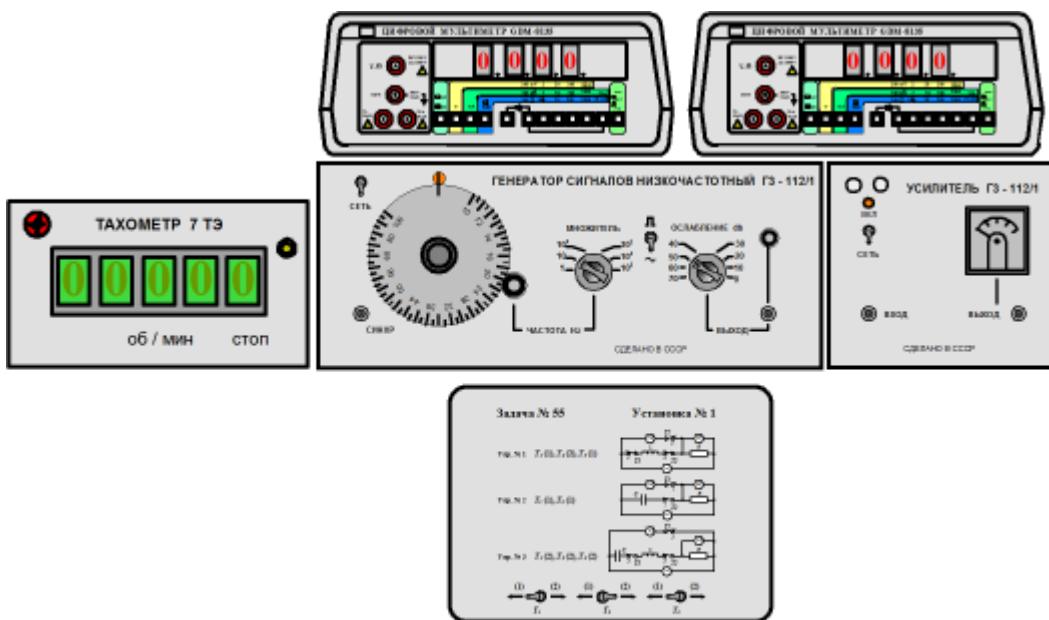


Рис. 10. Блок-схема экспериментальной установки.

В состав экспериментальной установки входят следующие приборы:

- 1) блок элементов электрической цепи (R , L и C);
- 2) низкочастотный генератор ГЗ-112/1 с усилителем;
- 3) частотомер-TAXOMETR 7TЭ;
- 4) два цифровых вольтметра GDM – 8135.

Блок-схема установки с указанием электрических соединений приборов приведена в **ПРИЛОЖЕНИИ**.

• Блок элементов электрической цепи

В блоке элементов (рис. 11) находятся резистор $R_{\text{эталон}}$, катушка, обладающая индуктивностью L , и конденсатор с электроёмкостью C . Помимо перечисленных элементов блок содержит три тумблера T_1 , T_2 и T_3 , с помощью которых из перечисленных элементов можно создавать различные электрические схемы. Условное изображение этих схем представлено на верхней панели блока. Слева от схем указано, в ка-

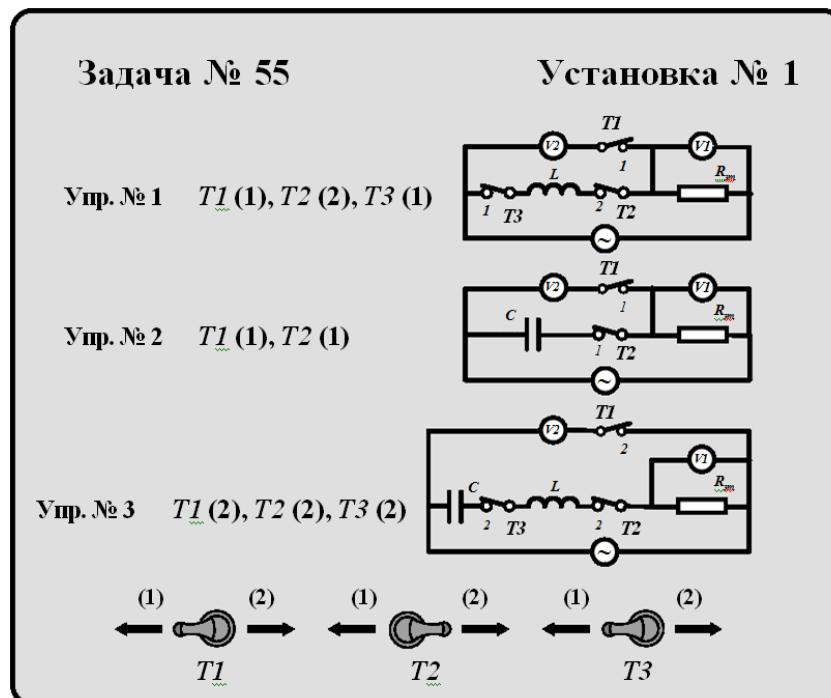


Рис. 11. Блок элементов электрической цепи.

ком упражнении используется та или иная схема. Кроме того, там же указано, в каком состоянии должен находиться каждый тумблер. Цифра в скобках рядом с символом тумблера определяет положение рукоятки тумблера, 1 – рукоятка повернута влево, 2 – рукоятка повернута вправо. Самы тумблеры расположены в нижней части блока. Для упражнения №2 указано положение только тумблеров T_1 и T_2 . Тумблер T_3 может находиться в произвольном положении. Провода, связывающие блок с приборами установки, одним концом жёстко соединены с элементами схемы внутри блока. Вторые их концы имеют специальные разъёмы для подключения к генератору и вольтметрам.

• Генератор и усилитель сигналов Г3 – 112/1.

Генератор сигналов Г3 – 112/1 (рис. 12) является источником напряжения синусоидальной и прямоугольной формы. Выбор формы генерируемого напряжения про-



изводится тумблером \sim . Напряжение синусоидальной формы с разъёма «ВЫХОД» поступает на вход усилителя Г3 – 112/1. Частота выходного напряжения изменяется ступенчато с помощью ручки «МНОЖИТЕЛЬ» и плавно с помощью малой ручки, находящейся во фрикционном зацеплении с лимбом отсчёта частоты. Над верхним концом вертикального диаметра лимба находится подсвечиваемая риска для отсчета частоты. Если напротив этой риски, например, установлена отметка лимба с цифрой «10», а ступенчатый переключатель «МНОЖИТЕЛЬ» находится в положении « 10^2 », то частота напряжения на разъёме «ВЫХОД» равна 10×10^2 Гц. Регулировка выходного на-

проявления осуществляется с помощью ступенчатого переключателя «ОСЛАБЛЕНИЕ db» и ручки плавной регулировки, расположенной над гнездом «ВЫХОД».

- Частотомер – **TAXOMETR 7 ТЭ**

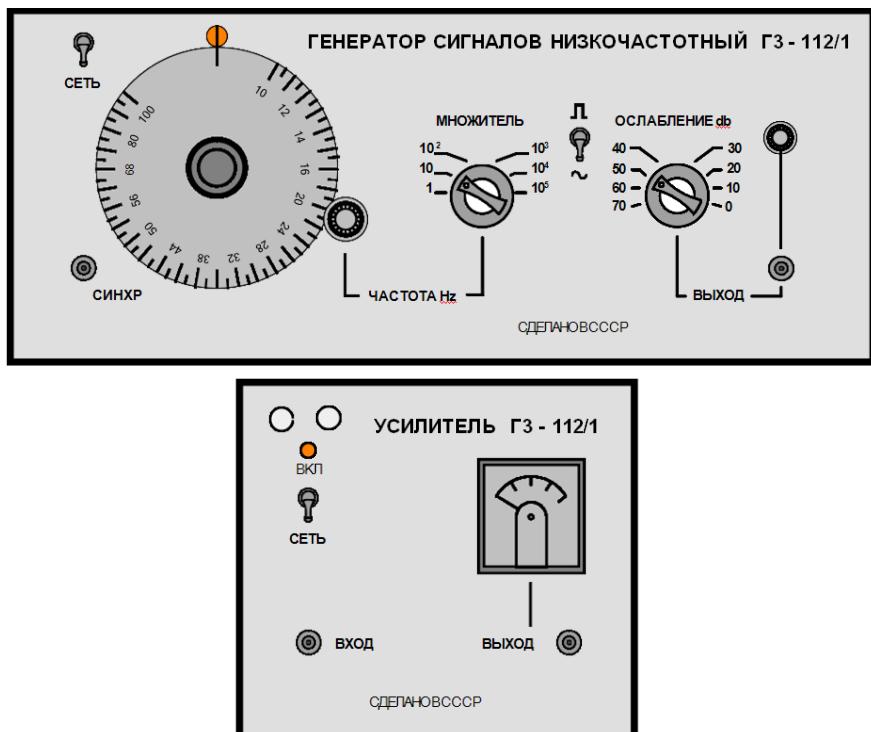


Рис. 12. Генератор сигналов с усилителем.



Рис. 13. Частотомер – **TAXOMETR 7 ТЭ**.

Цифровой частотомер – **TAXOMETR 7 ТЭ** (рис. 13) служит для точного измерения частоты напряжения, поступающего на его вход от генератора Г3 – 112/1. Кнопка «СТОП» при выполнении работы не используется.

- Цифровой вольтметр GDM – 8135.

Цифровой вольтметр GDM – 8135 (рис. 14) является многофункциональным измерительным прибором. В данной задаче используются два вольтметра. Они служат для измерения переменного напряжения на резисторе, катушке индуктивности и конденсаторе.

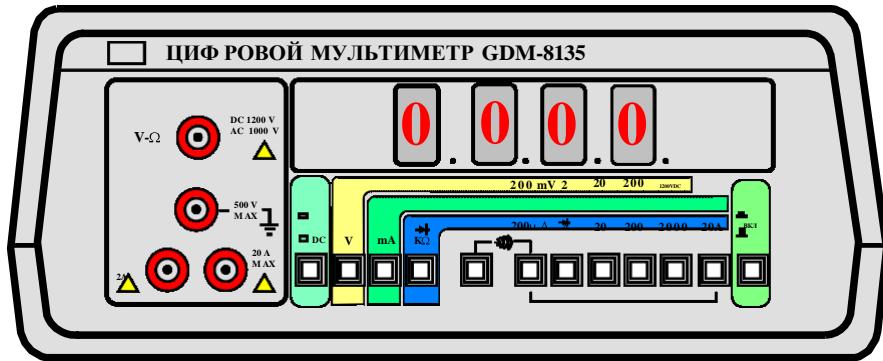


Рис. 14. Цифровой вольтметр GDM – 8135.

Измеряемое напряжение подводится к гнездам, отмеченным символами « V - Ω » и « COM ».

4. Порядок проведения работы

Подготовка установки к работе

Установку к работе готовят лаборант. Студент, приступая к выполнению работы, имеет дело с включенной и прогретой установкой. Необходимые подготовительные действия мы приводим, тем не менее, в конце данного описания.

Упражнение 1. Изучение зависимости индуктивного сопротивления Z_L от частоты переменного тока. Вычисление индуктивности L катушки

В этом упражнении переменное напряжение от генератора приложено к участку цепи с последовательно соединёнными катушкой индуктивности и эталонным резистором (см. электрическую схему 1 на рис. 11). При этом регистрируются показания вольтметров V_2 ($U_{2\omega}$) и V_1 ($U_{1\omega}$) при различных частотах f этого напряжения, обеспечиваемого генератором. Вольтметры подключены параллельно участку с катушкой индуктивности (V_2) и с эталонным резистором (V_1) соответственно. Результаты измерений записываются в таблицу 1. По результатам измерений вычисляется индуктивное сопротивление Z_L .

По определению сопротивления участка цепи переменного тока индуктивное сопротивление равно $X_L = \frac{U_0}{I_0}$. Поскольку действующие значения напряжения и силы синусоидального тока связаны с их амплитудными значениями одним коэффициентом ($U_0 = \sqrt{2} \cdot U_{2\omega}$ и $I_0 = \sqrt{2} \cdot I_\omega$), то, очевидно верно и равенство $X_L = \frac{U_\omega}{I_\omega}$. Действующее значение напряжения $U_{2\omega}$ на участке с катушкой индуктивности, измеряемое вольтметром V_2 . Действующее значение силы тока одинаково для последовательно соединённых элементов цепи и может быть вычислено по закону Ома для участка цепи переменного тока, содержащего эталонный резистор: $I_\omega = \frac{U_{1\omega}}{R_{\text{эм}}}$. Здесь $U_{1\omega}$ – напряжение на участке с эталонным сопротивлением, измеряемое вольтметром V_1 . В итоге для вычисления индуктивного сопротивления получаем расчётную простую формулу:

$$Z_L = \frac{U_{2\omega}}{U_{1\omega}} \cdot R_{\text{эм}}. \quad (23)$$

Значения $R_{\text{эт}}$ для установок приведены в таблице:

Номер установки	1	2	3	4
$R_{\text{этал.}}$	499 Ω	499 Ω	541 Ω	502 Ω

Вычисленные значения Z_L вместе с вычисленными значениями циклической частоты Ω заносят в таблицу 1.

Таблица 1.

№	$f, \text{Гц}$	$\Omega, \text{рад/с}$	$U_{2\partial}, \text{В}$	$U_{1\partial}, \text{В}$	X_L, Ω
1	1 000				
2	2 000				
3	4 000				
4	6 000				
5	8 000				
6	10 000				
7	12 000				
8	15 000				
9	20 000				
10	25 000				

При переходе к частотам 10 000 Гц и выше необходимо переключатель «МНОЖИТЕЛЬ» на передней панели генератора перевести из положения « 10^2 » в положение « 10^3 ». Значения частот, указанные в таблице 1 допустимо устанавливать с отклонением в 100 Гц.

По данным таблицы 1, построить график $X_L = f(\Omega)$. Согласно формуле (13) $X_L = \Omega L$. Используя график зависимости $X_L = f(\Omega)$, определить индуктивность катушки L .

В отчете представить: заполненную таблицу 1, график $X_L = f(\Omega)$ и значение индуктивности катушки L , записанный в стандартной форме.

Упражнение 2. Изучение зависимости ёмкостного сопротивления Z_C от частоты переменного тока. Вычисление электрот ёмкости C конденсатора

Переменное напряжение от генератора приложено к участку цепи с последовательно соединёнными конденсатором и эталонным резистором (см. электрическую схему 2 на рис. 11). При этом регистрируются показания $U_{2\partial}$ и $U_{1\partial}$ вольтметров V_2 (подключен к конденсатору) и V_1 (подключен к резистору) при различных частотах f .

- Настроить блок элементов для выполнения упражнения № 2 (рис. 11).
- Ручку ступенчатого переключения частоты «МНОЖИТЕЛЬ» генератора установить в положение « 10^2 ».
- Отметку на лимбе установки частоты с цифрой «10» установить против подсвечивающей риски.
- Ручкой плавной регулировки выходного напряжения генератора установить на стрелочном приборе усилителя напряжение 5 В.

д) В диапазоне частот $1000 \text{ Гц} - 25\ 000 \text{ Гц}$ измерить и записать в таблицу 2 значения частот f и напряжений $U_{2\partial}$ и $U_{1\partial}$ на конденсаторе и эталонном резисторе $R_{\text{эт}}$.

При переходе к частотам $10\ 000 \text{ Гц}$ и выше необходимо переключатель «МНОЖИТЕЛЬ» на передней панели генератора перевести из положения « 10^2 » в положение « 10^3 ». Значения частот, указанные в таблице 2, допустимо устанавливать с отклонением в 100 Гц .

е) По формуле $Z_c = \frac{U_{2\partial}}{U_{1\partial}} \cdot R_{\text{эт}}$ рассчитать и записать в таблицу 2 значения ёмкостных сопротивлений.

ж) Вычислить и записать в таблицу 2 значения величин $\frac{1}{\Omega} = \frac{1}{2\pi f}$.

Таблица 2.

№	$f, \text{Гц}$	$1/\Omega, (\text{рад}/\text{с})^{-1}$	$U_{2\partial}, \text{В}$	$U_{1\partial}, \text{В}$	$X_C, \text{Ом}$
1	1 000				
2	2 000				
3	4 000				
4	6 000				
5	8 000				
6	10 000				
7	12 000				
8	15 000				
9	20 000				
10	25 000				

з) По данным таблицы 2 построить график $Z_c = f\left(\frac{1}{\Omega}\right)$. Согласно известному результату (16) для ёмкостного сопротивления $Z_c = \frac{1}{C} \cdot \left(\frac{1}{\Omega}\right)$ эта зависимость линейная. Используя график, рассчитать и записать в стандартной форме значение электроёмкости конденсатора C .

В отчёте представить: заполненную таблицу 2, график $Z_c = f\left(\frac{1}{\Omega}\right)$ и значение электроёмкости конденсатора C в нФ (определяется по наклону графика), записанное в стандартной форме.

Упражнение 3. Изучение зависимости полного сопротивления участка цепи Z от частоты переменного тока. Вычисление омического сопротивления цепи R

Переменное напряжение от генератора приложено к участку цепи с тремя последовательно соединёнными элементами – конденсатором, катушкой и эталонным резистором (см. электрическую схему 3 на рис. 11). При этом регистрируются показания $U_{2\vartheta}$ и $U_{1\vartheta}$ вольтметров V_2 (подключен параллельно всей цепочке элементов) и V_1 (подключен параллельно резистору) при различных частотах f .

- a) Настроить блок элементов для выполнения упражнения № 3 (рис. 11).
- б) Ручку ступенчатого переключения частоты «МНОЖИТЕЛЬ» генератора поставить в положение « 10^3 ».
- в) Отметку на лимбе установки частоты с цифрой «10» установить против подсвечивающей риски.
- г) Ручкой плавной регулировки выходного напряжения генератора установить на стрелочном приборе усиленителя напряжение 5 В.
- д) В диапазоне частот 10 000 Гц – 25 000 Гц измерить и записать в таблицу 3 значения частот f и напряжений $U_{2\vartheta}$ и $U_{1\vartheta}$ на участках с реактивным и эталонном омическом сопротивлениях. Значения частот, указанные в таблице 3 допустимо устанавливать с отклонением в 100 Гц.
- е) По формуле $Z = \frac{U_{2\vartheta}}{U_{1\vartheta}} \cdot R_{\text{ср}}$ рассчитать и записать в таблицу 3 значения полных сопротивлений.
- ж) Вычислить и записать в таблицу 2 значения циклической частоты Ω .

Таблица 3

№	$f, \text{Гц}$	$\Omega, \text{рад/с}$	$U_{2\vartheta}, \text{В}$	$U_{1\vartheta}, \text{В}$	$Z_L^{\text{эксп}}, \text{Ом}$	$Z_L^{\text{теор}}, \text{Ом}$
1	10 000					...
2	11 000					
3	12 000					...
4	13 000					
5	14 000					
6	15 000					
7	15 500					
8	16 000					
9	16 500					...
10	17 000					
11	17 500					
12	18 000					
13	19 000					
14	20 000					
15	21 000					
16	22 000					
17	23 000					...
18	24 000					
19	25 000					...

- Как видно из таблицы 3 частотный диапазон измерений в ней меньше, но число точек в этом диапазоне в два раза больше. Это связано с методом определения омического сопротивления цепи R . Для определения сопротивления важно как можно точнее соединить экспериментальные точки плавной кривой линией. Согласно равенству полное сопротивление участка цепи с последовательно соединёнными элементами « R » « L » и « C » равно: $Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}$. Полное сопротивление минимально и равно омическому при условии, что $\Omega L = \frac{1}{\Omega C}$. При этом амплитудное значение силы тока достигает максимума – как известно, это случай резонанса напряжений.

д) По данным таблицы 3 построить график зависимости $Z = f(\Omega)$.

е) Используя график, найти омическое сопротивление цепи R .

В отчёте представить заполненную таблицу 3, график $Z = f(\Omega)$ и полученное значение сопротивления R , записанное в стандартной форме.

Проверка справедливости закона Ома для участка цепи переменного тока с последовательным соединением элементов

В соответствии с равенством $Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}$ вычислить 2 «теоретических» значения полного сопротивления Z для частот, взятых из строк 3 и 17 (12 и 23 кГц соответственно) таблицы 3. При вычислениях использовать значения R , L и C , полученные в упражнениях 1, 2, и 3.

Сравнить вычисленные «теоретические» и «экспериментальные» значения для указанных частот (12 и 23 кГц), записав и те и другие в «стандартной форме».

В соответствии с тем же равенством вычислить ещё 3 «теоретических» значения полного сопротивления Z для частот, взятых из строк 1, 9 и 19 таблицы 3. Все вычисленные значения Z нанести на график из упражнения 3. Сделать вывод о соотношении измеренных и вычисленных результатов и справедливости закона Ома.

5. Основные итоги работы

В результате выполнения работы должны быть построены графики зависимостей $X_L = f(\Omega)$, $X_C = f\left(\frac{1}{\Omega}\right)$ и $Z = f(\Omega)$. Определены индуктивность катушки, электроёмкость конденсатора и омическое сопротивление резистора.

Также необходимо рассчитать полные сопротивления участка цепи с последовательно соединёнными элементами « R », « L » и « C » на 5 указанных в упражнении 3 частотах и сравнить их с измеренными.

Все результаты должны быть представлены в стандартном виде с указанием погрешности измерения.

6. Контрольные вопросы

- Что такое квазистационарный переменный ток?
- Сформулируйте закон Ома для участка цепи переменного тока.

3. Что такое полное сопротивление участка цепи переменного тока?
4. Что такое омическое, индуктивное и ёмкостное сопротивления?
5. Как зависят омическое, индуктивное и ёмкостное сопротивления от частоты переменного тока?
6. Каковы фазовые соотношения между силой тока и напряжением для участков с основными пассивными элементами цепей переменного тока – резистором ($\langle R \rangle$), катушкой индуктивности ($\langle L \rangle$) и конденсатором ($\langle C \rangle$)? Как выглядят векторные диаграммы для этих участков?
7. Как зависит фаза колебаний силы тока в «последовательном RLC-контуре» от частоты приложенного напряжения?
8. Что такое резонанс в «последовательном RLC-контуре»? Каково соотношение фаз между силой тока и приложенным к «RLC-цепочке» напряжением при резонансе? Какова при этом фаза напряжений на отдельных элементах этой цепи?
9. Что означает термин «резонанс напряжений» для последовательного контура?
10. При каком значении частоты приложенного напряжения максимальна амплитуда напряжения на конденсаторе?

7. Указания по технике безопасности

1. Перед выполнением работы получить инструктаж у преподавателя и лаборанта.
2. Соблюдать общие правила техники безопасности работы в лабораториях общего физического практикума.

** Примечание к обработке результатов упражнения 3*

Зависимость Z от f не линейна и напоминает параболу (рис. 15).

Количество точек в таблице 3 и их распределение по диапазону частот выбрано таким, чтобы можно было с достаточной точностью отыскать общую точку кривой 1 и горизонтальной касательной к ней 2.

Сопротивление в этой точке равно омическому сопротивлению цепи R .

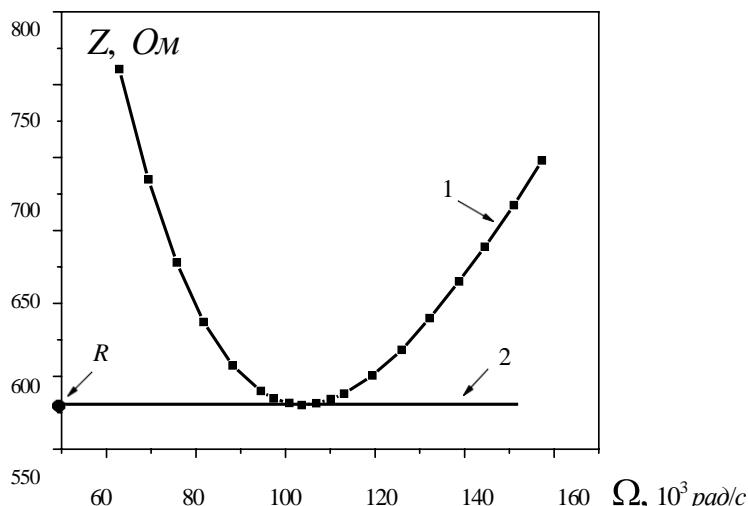


Рис. 15. Зависимость полного сопротивления от частоты